

**Муниципальное бюджетное
учреждение дополнительного образования
«Районный Центр дополнительного образования»**

Принята на заседании
Педагогического совета
Протокол № 1
от 01.09.2017 г.

Утверждена
Директор МБУДО «РЦДО»
Анисимова Е.В.
Приказ № 210919 от
01.09 2017 г.



Дополнительная общеразвивающая программа
социально - педагогической направленности
«Занимательная математика»

Возраст детей: 11 - 13 лет

Срок реализации: 1 год

Автор - составитель:

педагог дополнительного образования

Галкина Валентина Андреевна

г. Кировск
2017 г.

**Дополнительная общеразвивающей программа
социально - педагогической направленности
«Занимательная математика»:**

I. Пояснительная записка

Дополнительная общеразвивающая программа разработана с учетом требований Федерального закона от 29 декабря 2012 года №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», Концепции развития дополнительного образования детей (Утверждена Распоряжением Правительства Российской Федерации от 04 сентября 2014 года №1726-р), Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 августа 2013 года №1008 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам», Указа Президента Российской Федерации от 01 июня 2012 года №761 «О Национальной стратегии действий в интересах детей на 2012 – 2017 годы», Указа Президента Российской Федерации от 24 декабря 2014 года №808 «Об утверждении Основ государственной культурной политики», Методических рекомендаций по разработке и оформлению дополнительных общеразвивающих программ различной направленности (письмо Комитета общего и профессионального образования Ленинградской области от 01 апреля 2015 года №19-2174/15-0-0), Письма Департамента государственной политики в сфере воспитания детей и молодежи Минобрнауки РФ от 18 ноября 2015 г. №09-3242 "Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (внеурочная разно уровневые программы)"; СанПиН 2.4.4.3172-14 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей", СанПиН 2.4.1.3049-13 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы дошкольных образовательных организаций",

Учебного плана МБУДО «Районный центр дополнительного образования» на 2017-2018 учебный год (утвержден приказом директора МБУДО «Районный центр дополнительного образования» от 01 сентября 2017 года №010918), Расписания занятий МБУДО «Районный центр дополнительного образования» на 2017– 2018 учебный год (утверждено приказом директора МБУДО «Районный центр дополнительного образования» от 01 сентября 2017 года №010918).

Настоящая программа разработана и утверждена в 2017 году в соответствии с действующими требованиями и рекомендациями с учетом развития науки, техники, культуры, технологий и социальной сферы.

В написании программы учитывались знания основ теории и практики дополнительного образования, педагогики, психологии и возрастной физиологии, методики обучения и воспитания, а также личный педагогический опыт.

Информация о типе программы. Программа «Занимательная математика»: является модифицированной.

При разработке дополнительной общеразвивающей программы социально - педагогической направленности «Занимательная математика» были использованы:

1. Учебные программы ФГОС по математике.

Цель программы:

- расширение математического кругозора и эрудиции учащихся;
- привитие интереса учащихся к математике, углубление и расширение знаний учащихся по предмету.

Задачи:

- развитие исследовательских умений учащихся; развитие логики и сообразительности;
- выработать у учащихся навыки работы с научной литературой;
- рассмотреть с учащимися некоторые методы решения старинных арифметических и логических задач.
- подготовить учащихся к участию в олимпиадах и конкурсах;

Обучающие:

- расширить и углубить знания обучающихся по математике;
- учить применять знания в жизни, изучая прикладную часть математики;
- знакомить с профессиями, в которых применяется математика.

Развивающие:

- развивать память, логику мышления;
- развивать познавательный интерес;
- выявлять и развивать способности детей к математике.

Воспитательные:

- воспитывать культуру общения;
- формировать чувство ответственности, приучая доводить начатое дело до конца;
- формировать потребность обучающихся в логичных действиях, поступках.

Актуальность программы

Математика играет важную роль в общей системе образования. Дисциплина математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. Математика, давно став языком науки и техники, в настоящее время все шире проникает в повседневную жизнь. С появлением и развитием ЭВМ особенно усилилась роль математики в различных областях человеческой деятельности. Поэтому для продуктивной деятельности в современном информационном мире требуется достаточно прочная математическая подготовка.

Педагогическая целесообразность

Программа математического объединения «**Занимательная математика**» рассчитана для обучения учащихся, проявляющих интерес к математике, желающих изучать математику на повышенном уровне.

Занятия по программе «**Занимательная математика**» для учащихся 5-7 классов являются одной из важных частей системы математического образования.

Большое внимание уделяется решению логических, олимпиадных задач, задачам на числа, дроби, проценты, уделяется внимание истории развития математики, математическим играм, фокусам, софизмам. Учащиеся знакомятся с биографиями великих математиков, их высказываниями, решают занимательные задачи.

Отличительная особенность программы.

В программу включены занимательные упражнения творческого характера, связанные с программным материалом по математике 5 – 7 классов и направленные на формирование у учащихся навыков самостоятельной работы и таких приемов умственной деятельности, как анализ, синтез, аналогия, обобщение, конкретизация.

А также включены темы, близко стоящие к математическим проблемам, рассматриваемым в школе, позволяющие учащимся овладеть навыками рассуждений, ведущих к математическому открытию. Для решения этих проблем, кроме знаний из соответствующих разделов школьной математики, понадобятся наблюдательность, умение сравнивать, проводить аналогии, обобщать, делать выводы и обосновывать их.

Возраст детей. Программа предназначена для детей в возрасте **от 11 до 13 лет.**

Минимальный возраст для зачисления на обучение: **11 лет.**

Сроки реализации программы

Дополнительная общеразвивающая программа **рассчитана на 1 год обучения.**

II. Учебно- тематический план дополнительной общеразвивающей программы «Занимательная математика»

№ п/п	Название темы	Количество часов		
		всего	теория	практика
1	Вводное занятие. Как возникло слово “математика”.	1	1	-
2-6	Как люди научились считать. Натуральные числа. Рассказы о числах-великанах. Запись цифр и чисел у других народов.	5	2	3
7-10	Приемы устного счета.	4	-	4
11-16	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	6	1	5
17-26	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	10	3	7
27-30	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Сложение и	4	1	3

	вычитание. Уровень сложности 1/.			
31-36	Математические игры и головоломки	6	2	4
37-42	Знакомство с геометрией	6	2	4
43-46	Математические ребусы.	4	1	3
47-50	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Умножение и деление. Уровень сложности 2/.	4	1	3
51-54	Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.	4	1	3
55-58	Элементы математической логики	4	1	3
59-62	Математические софизмы, фокусы.	4	-	4
63-66	Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.	4	-	4
67-68	Итоговое занятие – математический праздник	2	-	2
	ИТОГО:	68	16	52

Содержание занятий

1. Вводное занятие. Как возникло слово “математика”. Беседа о происхождении арифметики. Счет и десятичная система счисления. Счет у первобытных людей. История возникновения термина “математика”. Математическая игра “Не собьюсь”.

2. Как люди научились считать. Систематизация сведений о натуральных числах, чтение и запись многозначных чисел. Чтение и обсуждение рассказов о числах-великанах: “Легенда о шахматной доске”, “Награда”, “Выгодная сделка”.

Беседа о происхождении и развитии письменной нумерации. Цифры у разных народов. Конкурс “Кто больше знает пословиц, поговорок, загадок, в которых встречаются числа?”

3. Устный счет. Приемы устного счета.

4. Занимательные математические упражнения творческого характера. Решение логических задач нулевой сложности.

5. Логические задачи, решаемые с использованием таблиц. Понятие высказывания как предложения, о котором можно сказать – истинно оно или ложно. Построение отрицательных высказываний, особенно со словами “каждый”, “любой”, “хотя бы один” и т. д. Методы решения логических задач с помощью применения таблиц и с помощью рассуждения. Объяснение данных методов на примере решения задач.

6. Занимательные математические упражнения творческого характера. Решение логических задач сложности 1.

7. Математические игры и головоломки. Геометрия танграма. Изготовление головоломки. Решение задач. Игра стомахион, изготовление, решение задач.

8. Знакомство с геометрией. Простейшие геометрические фигуры и их обозначения: точка, прямая, луч, отрезок, угол. Измерение углов с помощью транспортира. Прямой, тупой, развернутый угол. Биссектриса угла. Вертикальные углы, смежные углы.

9. Математические ребусы. Математическими ребусами называют задания на восстановление записей вычислений. Записи восстанавливают на основании логических рассуждений. При этом нельзя ограничиваться отысканием только одного решения. Разбор основных приемов решения математических ребусов. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений.

10. Занимательные математические упражнения творческого характера. Решение логических задач сложности 2.

11. Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.

12. Элементы математической логики.

13. Математические софизмы. Фокусы.

14. Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.

15. Итоговое занятие. Подведение итогов. Поощрение успешно занимавшихся учащихся. Математическая викторина.

III. Организационно-педагогические условия реализации дополнительной программы «Занимательная математика»:

Режим занятий:

- **Продолжительность одного занятия:** 45 минут
- **Перерыв между занятиями:** 10 минут
- **Количество занятий в неделю:** 2 (по 1 занятию в неделю по 1 час)
- **Количество учебных часов в неделю:** 2
- **Количество учебных часов за учебный год:** 68 часов

Формы и методы проведения занятий:

Рассказ

Беседа

Демонстрация видеоматериалов

Математические праздники

Викторины

Виды деятельности:

1. Устный счёт.
2. Проверка наблюдательности.
3. Игровая деятельность.
4. Решение текстовых задач, геометрических задач на разрезание и перекраивание.
5. Разгадывание головоломок, ребусов, математических кроссвордов, викторин.

7. Составление математических ребусов, кроссвордов.
8. Показ математических фокусов.
10. Выполнение упражнений на релаксацию. Концентрацию внимания.

IV. Планируемые результаты освоения дополнительной программы «Занимательная математика»:

Личностные результаты:

У учащихся могут быть сформированы:

- ответственное отношение к учению, готовность и способность обучающихся к самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанный выбор и построение дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учётом устойчивых познавательных интересов;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- умение контролировать процесс и результат математической деятельности;
- первоначальные представления о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении задач.

Метапредметные:

1) регулятивные:

учащиеся получают возможность научиться:

- составлять план и последовательность действий;
- определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учётом конечного результата;

- предвидеть возможность получения конкретного результата при решении задач;
- осуществлять констатирующий и прогнозирующий контроль по результату и способу действия;
- концентрировать волю для преодоления интеллектуальных затруднений;
- адекватно оценивать правильность и ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения.

2) познавательные:

учащиеся получают возможность научиться:

- устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- видеть математическую задачу в других дисциплинах, окружающей жизни;
- выдвигать гипотезу при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
- планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;
- выбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения задач;
- интерпретировать информацию (структурировать, переводить сплошной текст в таблицу);
- оценивать информацию (критическая оценка, оценка достоверности).

3) коммуникативные:

учащиеся получают возможность научиться:

- организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников;
- взаимодействовать и находить общие способы работы; работать в группе; находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта

интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

- прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;
- разрешать конфликты на основе учёта интересов и позиций всех участников;
- координировать и принимать различные позиции во взаимодействии.

Предметные:

учащиеся получают возможность научиться:

- самостоятельно приобретать и применять знания в различных ситуациях для решения практических задач различной сложности, в том числе с использованием справочных материалов.
- пользоваться предметным указателем энциклопедий и справочников для нахождения информации;
- уметь решать задачи с помощью перебора возможных вариантов;
- выполнять арифметические преобразования выражений, применять их для решения учебных математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных реальных ситуаций, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов.

Список литературы.

1. Гайштут, А. Г. Увлекательная математика. / Часть 0./ Развивающие тропинки. Учебное пособие [Текст] / А. Г. Гайштут - М.: Дом педагогики, 1996. – 64с.
2. Гайштут, А. Г. Увлекательная математика. Сложение, вычитание. / Часть 1./ Учебное пособие [Текст] / А. Г. Гайштут - М.: Инфолайн, 1996. – 64с.
3. Гайштут, А. Г. Увлекательная математика. Умножение, деление. / Часть 3./ Учебное пособие [Текст] / А. Г. Гайштут - М.: Инфолайн, 1995. – 64с.
4. Гайштут, А. Г. Математика в логических упражнениях. [Текст] / А. Г. Гайштут – К.: Рад. шк., 1995. – 192с.
5. Фарков, А. Математические олимпиады. 5-11 классы. [Текст] / А. Фарков - М. Экзамен, 2011 г.
6. Фарков, А. Внеклассная работа по математике 5-11 классы. [Текст] / А. Фарков - М. Айрис - Пресс, 2007 г.
7. Фарков, А. Математические кружки в школе. 5-8 классы. [Текст] / А. Фарков - М. Айрис - Пресс, 2008 г.
8. Шейнина, О. Занятия школьного кружка по математике. 5-6 классы. [Текст] / - О. Шейнина - М. НЦ ЭНАС, 2007 г.
9. Яценко, И.В. Приглашение на математический праздник. [Текст] / И.В. Яценко - М., МЦНПО, 2005г.

10. Депман, И.Я., Виленкин Н.Я.. За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5 – 6 классов сред школ. [Текст] / И.Я. Депман, Н.Я. Виленкин - М.: «Просвещение», 2004 г.
11. Баврин, И. И., Фрибус, Е.А.. Старинные задачи: кн. для учащихся [Текст] / И.И.Баврин, Е.А.Фрибус. — М. : Просвещение, 1994.
12. Перельман, Я. И. Живая математика [Текст] / Я. И. Перельман. — М.: АСТ, 2009.
13. Перельман, Я. И. Занимательная арифметика / Я. И. Перельман. — М.: Центрполиграф, 2010

Приложение 1

1. Календарный график

Продолжительность учебного года

Начало учебного года – 11 сентября 2017 года

Начало занятий – 11 сентября 2017 года

Окончание учебного года - 30 мая 2018 года

Количество учебных часов за год: 68

Праздничные дни:

4 ноября - День народного единства;
 7 января - Рождество Христово;
 23 февраля - День Защитника Отечества;
 8 марта - Международный женский день;
 1 мая - Праздник Весны и Труда;
 9 мая – День Победы.

Выходные дни:

1- 8 января – новогодние каникулы

23 февраля

Каникулы:

Осенние: с 30 октября 2017 г. по 05 ноября 2017 г. (7 календарных дней)

Зимние: с 01 января 2017 г. по 08 января 2018 г. (8 календарных дней)

Весенние: 29 марта 2018 г. по 01 апреля 2018 г. (4 календарных дня)

п/п	Дата	Наименование темы	Кол-во часов
1	11.09	Вводное занятие.	1
2	13.09	Как люди научились считать. Натуральные числа.	1
3	18.09	Как люди научились считать. Натуральные числа.	1
4	20.09	Как люди научились считать. Натуральные числа.	1
5	25.09	Как люди научились считать. Натуральные числа.	1
6	27.09	Как люди научились считать. Натуральные числа.	1
7	02. 10	Приемы устного счета.	1
8	04. 10	Приемы устного счета.	1
9	09. 10	Приемы устного счета.	1
10	11.10	Приемы устного счета.	1
11	16.10	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
12	18.10	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
13	23.10	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
14	25.10	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
15	30.10	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
16	08.11	Занимательные математические упражнения творческого характера. / Развивающие тропинки. Уровень сложности 0/.	1
17	13.11	Математические игры и головоломки	1
18	15.11	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
19	20.11	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
20	22.11	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
21	27.11	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
22	29.11	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
23	04.12	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
24	06.12	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
25	11.12	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1

26	13.12	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
27	18.12	Логические задачи, решаемые с использованием таблиц.	1
28	20.12	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Сложение и вычитание. Уровень сложности 1/.	1
29	25.12	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Сложение и вычитание. Уровень сложности 1/.	1
30	27.12	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Сложение и вычитание. Уровень сложности 1/.	1
31	10.01	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Сложение и вычитание. Уровень сложности 1/.	1
32	15.01	Математические игры и головоломки	1
33	17.01	Математические игры и головоломки	1
34	22.01	Математические игры и головоломки	1
35	24.01	Математические игры и головоломки	1
36	29.01	Знакомство с геометрией	1
37	31.01	Знакомство с геометрией	1
38	05.02	Знакомство с геометрией	1
39	07.02	Знакомство с геометрией	1
40	12.02	Знакомство с геометрией	1
41	14.02	Знакомство с геометрией	1
42	19.02	Математические ребусы.	1
43	21.02	Математические ребусы.	1
44	26.02	Математические ребусы.	1
45	28.02	Математические ребусы.	1
46	05.03	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Умножение и деление. Уровень сложности 2/.	1
47	07.03	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Умножение и деление. Уровень сложности 2/.	1
48	12.03	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Умножение и деление. Уровень сложности 2/.	1
49	14.03	Занимательные математические упражнения творческого характера. /Умножение и деление. Уровень сложности 2/.	1
50	19.03	Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.	1
51	21.03	Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.	1
52	26.03	Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.	1
53	28.03	Задачи, решаемые с конца. Введение понятия текстовой задачи, сюжетной задачи. Самостоятельное решение задач, обсуждение решений. Разбор различных способов решения: по действиям, с помощью таблицы.	1
54	02.04	Элементы математической логики	1

55	04.04	Элементы математической логики	1
56	09.04	Элементы математической логики	1
57	11.04	Элементы математической логики	1
58	16.04	Математические софизмы, фокусы.	1
59	18.04	Математические софизмы, фокусы.	1
60	23.04	Математические софизмы, фокусы.	1
61	25.04	Математические софизмы, фокусы.	1
62	07.05	Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.	1
63	14.05	Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.	1
64	16.05	Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.	1
65	21.05	Логические и олимпиадные задачи, их типы и особенности.	1
66	23.05	Обобщающее занятие. Подготовка к празднику.	1
67-68	28.05- -30.05	Итоговое занятие – математический праздник	2
		Итого	68

Приложение 2

2. Словарь специальных терминов

1. **Логика** – наука, изучающая формы человеческих рассуждений, отвлекаясь от их конкретного содержания, отвечая на вопрос: «Как мы рассуждаем?»
2. Высказыванием (суждением) называется мысль, выраженная повествовательным предложением и являющаяся истинной или ложной.
3. Предложение в виде формул, которые обращаются в высказывания лишь при подстановке вместо переменных каких – либо значений, называются высказывательными формами.
4. Отрицанием некоторого высказывания A называется высказывание, которое истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.
5. Конъюнкцией двух высказываний называют новое высказывание, построенное с помощью союза «и».
6. Дизъюнкцией двух высказываний называют новое высказывание, построенное с помощью союза «или».
7. Импликацией двух высказываний называется новое высказывание, построенное таким образом: «Если A , то B ».
8. Эквиваленцией двух высказываний называется новое высказывание, полученное с помощью с помощью слов: «Если и только если», «Тогда и только тогда».
9. Закон логики – такое сложное предложение, которое при любых наборах составляющих их предложений, принимает истинное значение.

Приложение 3

3. Оценочные материалы, обеспечивающие реализацию дополнительной Общеразвивающей программы «Занимательная математика»

2. Для того чтобы разрезать металлическую балку на две части, нужно уплатить за работу 5 рублей. Сколько будет стоить работа, если балку нужно разрезать на 10 частей?
3. Парусник отправляется в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 100 часов. Назовите день и час его возвращения в порт.
4. Разбейте циферблат часов (см. рис. 1) с помощью отрезков на три части таким образом, чтобы сумма чисел в каждой из этих частей была одной и той же.
5. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя, Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валеи. Какое платье носит каждая из девочек?
6. Соедините точки А и В (см. рис. 2) линией длиной 19 см так, чтобы она прошла через все точки, изображенные на рисунке (расстояние между двумя соседними точками, расположенными горизонтально или вертикально, равно 1 см).
7. У Ивана имеется деревянный параллелепипед с измерениями 6 см, 12 см, 18 см. Он распиливает его на кубики с ребром 1 см и ставит их один на другой. Сможет ли Иван достроить вышку из этих кубиков, если даже он заберется на трехметровую лестницу.
8. У щенят и утят вместе 44 ноги и 17 голов. Сколько щенят и сколько утят?
9. Как, имея два сосуда вместимостью 5 л и 7 л, налить из водопроводного крана 6 л?
10. Вычислите: $101101 \cdot 999 - 101 \cdot 999 \cdot 999$.
11. Разместите на трех грузовиках 7 полных бочек, 7 бочек, наполненных на половину, и 7 пустых бочек так, чтобы на всех грузовиках был одинаковый по массе груз.
12. На школьной викторине участникам предложили 20 вопросов. За правильный ответ ученику ставилось 12 очков, а за неправильный списывали 10 очков. Сколько правильных ответов дал один из учеников, если он ответил на все вопросы и набрал 86 очков?
13. Из 9 монет — одна фальшивая, она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая монета фальшивая?
14. Найдите сумму: $1 + 2 + 3 + \dots + 111$.
15. Для нумерации страниц книги потребовалось всего 1392 цифры. Сколько страниц в этой книге?
16. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рис. 3
17. Три охотника варили кашу. Один положил 2 кружки крупы, второй — 1 кружку, а у третьего крупы не было. Кашу же они съели все поровну. Третий охотник и говорит: «Спасибо за кашу! В благодарность я даю вам 5 патронов, но как их поделить в соответствии с вашим вкладом в мою порцию каши?»

Рис. 1 Рис. 2

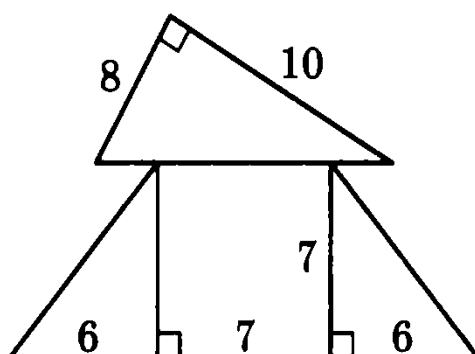


Рис.1 Рис.2 Рис.3

Итоговая контрольная работа (после второго года обучения).
(Задания взяты из книги А. Фаркова «Математические олимпиады. 5-11 класс.», М «Экзамен», 2011 г.)

1. В записи $52*2*$ замените звездочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные решения.
2. Сколько воды надо добавить к 600 г жидкости, содержащей 40% соли, чтобы получился 12%-ый раствор этой соли?
3. Ученик вышел из дома в школу в 8 ч утра. В какое время он придет в школу, если до нее 1 км?

4. Переложите одну из семи спичек, изображающих число $\frac{7}{10}$, записанное римскими цифрами так, чтобы получившаяся дробь равнялась $\frac{2}{3}$

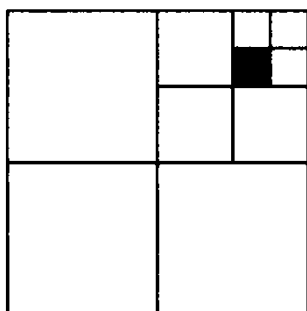
5. *Древнегреческая задача:*— Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

$$\begin{array}{r} \times 785 \\ *** \\ + *** \\ 1*** \\ *** \\ ***** \end{array}$$
 — Вот сколько, — ответил Пифагор, — половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть еще три женщины. Сколько всего учеников посещают школу Пифагора?

Вместо звездочек расставьте пропущенные цифры:

7. Некоторый товар стоил 500 рублей. Затем цену на него увеличили на 10%, а затем уменьшили на 10%. Какой стала цена в итоге?
8. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
9. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша — не Герасимов. Отец Володи — инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова — учитель. Какая фамилия у каждого из трех друзей?

10. Решите уравнение: $|x-4| = 3$.



Школьник прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и еще 16 страниц, во второй день — 0,3 остатка и еще 20 страниц. В третий день — 0,75 остатка и последние 30 страниц книги. Сколько страниц в книге?

Какая часть квадрата (см. рис.) закрашена?

13. Произведение двух взаимно простых чисел равно 3232. Чему равно наименьшее общее кратное этих чисел? Найдите эти числа.

14. Сравните числа x и y , если 13,5% числа x равны 12,5% числа y .

2	4
6	

Прямоугольник разделен двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2 см², 4 см², 6 см². Найдите площадь прямоугольника.

В стаде 8 овец. Первая съест копну сена за 1 день, вторая — за 2 дня, третья — за 3 дня, ..., восьмая — за 8 дней. Кто быстрее съест копну сена: две первые овцы или все остальные вместе?

17. В начале забега на 1000 м вперед вырвался Андрей, вторым шел Борис, а третьим — Виктор. За время бега Андрей и Борис менялись местами 6 раз, Борис и Виктор — 5 раз, Андрей 65 и Виктор — 4 раза. В каком порядке прибежали спортсмены? Почему?

18. В классе девочек, которым нравится математика, столько же, сколько и мальчиков, которым не нравится математика. Кого в классе больше: учеников, которым нравится математика или мальчиков?

19. Придумайте натуральное число, которое делится на 2004 и сумма его цифр также делится на 2004.

Логические задачи

1. Задания 1 – 60 /часть 0. Уч. пособие. Логика Гайштут /
2. Задания 1 – 58 /часть 1. Уч. пособие. Логика Гайштут /
3. Задания 1 – 56 /часть 2. Уч. пособие. Логика Гайштут /
4. Задания 1 – 60 /Математика в логических упражнениях. Уч. пособие. Логика Гайштут /

Элементы математической логики

задания

Задание 1.

Даны повествовательные предложения:

- 1) «У кошки 4 ноги»;
- 2) «Сумма углов треугольника равна 180°»;
- 3) «Температура кипения воды 180°»;
- 4) «У квадрата есть прямой угол»;
- 5) « $2x = 3y$ »;
- 6) «Множество четных чисел счетно»;
- 7) «Число 5 делится на 2 без остатка»;
- 8) « $x < 5$ »;

- 9) «У квадрата есть только один прямой угол»;
- 10) « $a + b = 10$ »;
- 11) «Дважды два – четыре»;
- 12) «Пустое множество не имеет подмножеств».

На сколько групп и каким образом можно распределить эти предложения с точки зрения правильности сообщаемых в них сведений?

Задание 2.

Перепишите предложения из задания 1 в следующую таблицу:

Истинные	Ложные	Неопределенные (истинные или ложные в зависимости от условий)

Придумайте и внесите в таблицу еще несколько предложений каждого типа.

Задание 3.

Постройте схему, отражающую результаты проведенной классификации повествовательных предложений.

Задание 4.

Среди следующих предложений найдите истинные и ложные высказывания, предикаты:

- 1) «Земля – планета Солнечной системы»;
- 2) «Земля – самая большая планета Солнечной системы»;
- 3) «Земля вращается вокруг Солнца»;
- 4) «Земля вращается вокруг своей оси»;
- 5) «Земля вращается вокруг Солнца и вокруг своей оси»;
- 6) «Земля совершает один оборот вокруг Солнца за 24 часа»;
- 7) «Период обращения Земли вокруг Солнца составляет T часов»;
- 8) «Среди всех фигур с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет квадрат»;
- 9) «Может ли фигура с периметром p иметь площадь p^2 ?»;
- 10) « $x^2 + y^2 \geq 0$ »;

- 11) «Найди x , если $x^2 = 4$ »;
 12) «Зимой сутки короче, чем летом»;
 13) «Который час?»

Задание 5.

Являются ли высказываниями следующие предложения:

- 1) «В романе «Война и мир» 3456787 слов»;
 2) «Существует такое натуральное число, квадрат которого равен 9657847626».

Обоснуйте свое мнение.

Задание 6.

Против каждого из предикатов, приведенных в таблице, поставь знак «+» в соответствующей колонке:

Предикат	При некоторых значениях x превращается в истинное высказывание, при других – в ложное.	При любом значении x превращается в истинное высказывание.	При любом значении x превращается в ложное высказывание.
$\langle x^2 < 0 \rangle$			
$\langle x^2 > 0 \rangle$			
$\langle x^2 \geq 0 \rangle$			
$\langle x^2 > 1 \rangle$			
$\langle x^2 > x \rangle$			
$\langle x^3 < 0 \rangle$			
$\langle x^3 > 0 \rangle$			
$\langle x^3 \geq 0 \rangle$			
$\langle x^3 > x^2 \rangle$			
$\langle x^2 + x^4 \geq 0 \rangle$			
$\langle x^2 + x^3 \geq 0 \rangle$			
$\langle x + 5 = 5 + x \rangle$			
$\langle x + 5 = 5 - x \rangle$			

Задание 7.

Приведите несколько примеров истинных высказываний, ложных высказываний.

Задание 8.

Приведите примеры таких предикатов, которые:

- а) в зависимости от значений переменных превращаются либо в истинные, либо в ложные высказывания;
- б) при любых значениях переменных превращаются в истинные высказывания;
- в) при любых значениях переменных превращаются в ложные высказывания.

Задание 9.

Попробуйте установить, истинными или ложными являются следующие высказывания:

- а) «Число 123456789 делится без остатка на 3»;
- б) «Треугольник со сторонами 4 м, 5 м и 7 м – прямоугольный»;
- в) «Число 5789084 можно представить в виде произведения четырех одинаковых сомножителей»;
- г) «Периметр части фигуры может быть больше периметра целой фигуры»;
- д) «Во всяком треугольнике сумма длин любых двух сторон больше длины третьей стороны».

Объясните, как ты рассуждал в каждом случае.

Задание 10.

Расклассифицируй следующие предложения в соответствии с принятой нами классификацией:

- а) «Квадрат любого натурального числа оканчивается на 4»;
- б) «Квадрат натурального числа может оканчиваться на 4»;
- в) «Квадрат натурального числа оканчивается на 4».

Задание 11.

Определи истинность следующих высказываний:

- а) «Существуют числа, сумма которых больше, чем их произведение»;
- б) «Не существует чисел, сумма которых больше, чем их произведение»;
- в) «Сумма любых чисел меньше, чем их произведение»;
- г) «Сумма любых чисел не больше, чем их произведение».

Какие из приведенных высказываний утверждают одно и то же?

Можно ли сделать заключение об истинности всех этих высказываний с помощью одного примера? Если нет, объясни, почему ты так считаешь; если да, приведи такой пример.

Задание 12.

Объедини следующие высказывания в осмысленные пары. Объясни, по какому принципу ты это сделал.

- 1) «Математическая логика – это один из разделов математики»;
- 2) «Неверно, что любой прямоугольник является квадратом»;
- 3) «Все простые числа – нечетные»;
- 4) « $2 \times 2 \neq 5$ »;
- 5) «Математическая логика не является разделом математики»;
- 6) «Неверно, что всякое повествовательное предложение является высказыванием»;
- 7) «Любой прямоугольник – это квадрат»;
- 8) « $2 \times 2 = 5$ »;
- 9) «Всякое повествовательное предложение является высказыванием»;
- 10) «Существуют четные простые числа».

Что можно сказать об истинности высказываний, входящих в пару?

Задание 13.

Изучая теорию множеств, мы рассмотрели очень удобный способ изображения соотношений между различными множествами – диаграммы Эйлера. В математической логике есть свое средство, позволяющее наглядно изображать связь между различными высказываниями – таблицы истинности. В этих таблицах с помощью символов И и Л изображается истинность или ложность интересующего нас высказывания в зависимости от истинности или ложности других высказываний, с которыми оно связано.

Заполни таблицу истинности для отрицания высказывания А.

А	\bar{A}
И	
Л	

Задание 14.

Для предложений из задания 4, являющихся высказываниями, сформулируй высказывания – отрицания.

Задание 15.

Для каждого высказывания, записанного курсивом, выбери из нескольких предложенных высказываний то или те, которые являются его отрицанием.

1. *«Земля – самая близкая к Солнцу планета».*

- а) «Неверно, что Земля – самая близкая к Солнцу планета»;
- б) «Существуют планеты, находящиеся ближе к Солнцу, чем Земля»;
- в) «Земля – самая далекая от Солнца планета»;
- г) «Меркурий – самая близкая к Солнцу планета»;
- д) «Земля – не самая близкая к Солнцу планета».

2. *«Из всех фигур с заданным периметром наибольшую площадь имеет круг».*

- а) «Из всех фигур с заданным периметром круг имеет наименьшую площадь»;
- б) «Круг не имеет наибольшую площадь из всех фигур с заданным периметром»;
- в) «Площадь круга меньше площади любой фигуры с тем же периметром»;
- г) «Есть фигуры, которые имеют площадь бóльшую, чем площадь круга с тем же периметром».

3. *«Любое простое число, большее 2, - нечетное».*

- а) «Любое составное число, большее 2, - нечетное»;
- б) «Любое простое число, большее 2, - четное»;
- в) «Среди простых чисел, бóльших 2, есть четные»;
- г) «Неверно, что любое простое число, большее 2, - четное»;
- д) «Любое простое число, меньшее 2, - нечетное».

4. *«Объединение множества четных чисел и множества нечетных чисел – пустое*

множество».

а) «Пересечение множества четных чисел и множества нечетных чисел – пустое множество»;

б) «Объединение множества четных чисел и множества нечетных чисел не является пустым»;

в) «Пересечение множества четных чисел и множества нечетных чисел не является пустым множеством».

Задание 16.

Для каждого из высказываний, приведенных в задании 14, определи его истинность.

Задание 17.

Пусть A – некоторое высказывание.

Что представляет собой высказывание \overline{A} ? Заполни таблицу истинности для высказывания \overline{A} .

Что представляет собой высказывание $\overline{\overline{A}}$?

Задание 18.

Рассмотри следующие пары высказываний:

- 1) A : «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 B : «Вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
- 2) A : «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 B : «Вода начинает замерзать при $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
- 3) A : «Вода закипает при $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 B : «Вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».
- 4) A : «Вода закипает при $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ »;
 B : «Вода начинает замерзать при $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».

Для каждого случая попробуй из высказываний A и B с помощью союза «и» образовать новое высказывание и определить его истинность. Заполни до конца таблицу истинности:

A	B	A и B
И	И	
И	Л	
Л	И	
Л	Л	

Примечание: Вместо громоздких конструкций типа «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ и вода начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ » можно использовать более правильные в стилистическом отношении предложения, имеющие тот же смысл, например, «Вода закипает при $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ и начинает замерзать при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ».

Задание 19.

Выполни задание, аналогичное заданию 18, для следующих пар высказываний:

- 1) A : « $5 > 3$ »;
- 2) A : « $-5 < 2$ »;
- 3) A : « $1 < -6$ »;
- 4) A : « $-8 > -3$ »;

В: « $-4 < 2$ »; В: « $9 < 6$ »; В: « $-2 > -9$ »; В: « $1 < 3$ ».

Сравни полученную таблицу истинности с таблицей истинности для задания 18.

Задание 20.

Выполни задание, аналогичное заданию 18, для следующих пар высказываний:

- 1) А: «У всякого четырехугольника 4 угла»;
В: «У всякого четырехугольника 4 стороны».
- 2) А: «У всякого четырехугольника 4 угла»;
В: «У всякого четырехугольника 3 стороны».
- 3) А: «У всякого четырехугольника 3 угла»;
В: «У всякого четырехугольника 4 стороны».
- 4) А: «У всякого четырехугольника 3 угла»;
В: «У всякого четырехугольника 3 стороны».

Сравни полученную таблицу истинности с таблицами истинности для заданий 18 и 19.

Задание 21.

Заметил ли ты что-либо общее в результатах, полученных при выполнении заданий 18 – 20? Если да, попробуй сформулировать, что именно. Какова, на твой взгляд, «природа» этой общности?

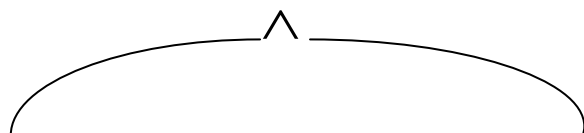
Задание 25.

Определи истинность высказывания $M \wedge \bar{N}$ в следующих случаях:

- 1) М: «Я учусь в 7 классе»; N: «Мне больше 10 лет».
- 2) М: «В прошлом году я учился в 6 классе»; N: «Мне 9 лет».
- 3) М: «Я учусь в 9 классе»; N: «Мне больше 5 лет».
- 4) М: «Я учусь в 3 классе»; N: «Мне 8 лет».

Задание 26.

Дана заготовка таблицы истинности для высказывания $M \wedge \bar{N}$. Заполни ее до конца, используя в качестве промежуточных данных, облегчающих работу, столбец для высказывания \bar{N} .



М	Н	\bar{N}	$M \wedge \bar{N}$
И	И		
И	Л		
Л	И		
Л	Л		

Сопоставь полученную таблицу с результатами задания 25.

Задание 27.

Построй таблицу истинности для высказывания, образуемого из высказываний М и N с помощью выражения $\bar{M} \wedge N$. Чем отличается эта таблица от таблицы, полученной в задании 26?

Задание 28.

Пусть S – любое высказывание. Что можно сказать об истинности высказывания $S \wedge \bar{S}$?

Задание 29.

Даны высказывания:

A: «Сегодня выходной»;

B: «Я пойду гулять»;

C: «Я буду делать уроки».

Запиши с помощью буквенных выражений следующие высказывания:

- 1) «Сегодня выходной, и я пойду гулять»;
- 2) «Сегодня не выходной, и я буду делать уроки»;
- 3) «Я не пойду гулять, а буду делать уроки»;
- 4) «Сегодня выходной, но я не пойду гулять, а буду делать уроки»;
- 5) «Неверно, что я пойду гулять и не буду делать уроки».

Составь сам несколько высказываний, пользуясь высказываниями A, B, C и операциями конъюнкции и отрицания, и запиши соответствующие выражения.

